

# MÉTODOS TOPOLÓGICOS PARA UN PROBLEMA DE AUTOVALORES

Lorena Soriano Hernández  
Prof. Universidad Distrital Francisco José de Caldas

4 de Julio de 2025

## Resumen

Este trabajo presenta un problema de autovalores para la ecuación de Schrödinger-Bopp-Podoslky. Tal problema modela una partícula de onda-masa bajo la influencia de un campo eléctrico descrito por un potencial  $\phi$ . Consiste en encontrar números reales  $\omega$  e funciones  $u$  y  $\phi$  que satisfagan el sistema

$$\begin{cases} -\Delta u + \phi u &= \omega u \\ \Delta^2 \phi - \Delta \phi &= u^2 \end{cases} \text{ en } \Omega, \quad (1)$$

donde  $\Omega$  es un conjunto abierto y acotado de  $R^3$ , considerando las condiciones de frontera e de normalizacion

$$\begin{cases} u = \Delta \phi = \phi = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, \\ \int_{\Omega} u^2 = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Las soluciones de (1) son triplas  $(u_n, \phi_n, \omega_n) \in H_0^1(\Omega) \times H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \times R$  que se obtuvieron luego de aplicar multiplicadores de Lagrange y lemas de deformación al funcional

$$F(u, \phi) := \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \phi u^2 dx - \frac{1}{4} \int_{\Omega} |\Delta \phi|^2 dx - \frac{1}{4} \int_{\Omega} |\nabla \phi|^2 dx$$

condicionado a la variedad

$$M = \left\{ (u, \phi) \in H_0^1(\Omega) \times H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega); \quad \|u\|_{L^2(\Omega)} = 1 \right\}.$$

**Palabras clave:** Operador Bi-Lapaciano, Multiplicadores de Lagrange, Condición de Palais-Smale, Teoría del Género, Teoría de los Puntos Críticos.